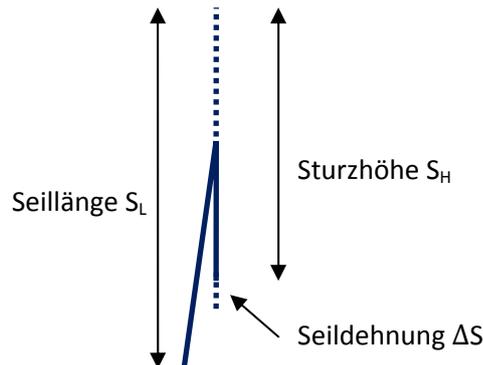


# Sturzphysik: Sturzfaktor und auftretende Kraft

9. April 2007 & 25. Mai 2007

Christian Katlein

## 1. Skizze:



## 2. Berechnung:

Das Seil wird bei Sturzbelastung gedehnt. Während der Dehnung des Seiles wird der Sturz abgebremst, daher ist die Seildehnung  $\Delta S$  gleich dem Bremsweg  $S_B$ . Nach den Gesetzen für eine verzögerte Bewegung gilt:

$$S_B = \frac{1}{2} a_B t_B^2$$

Die Bremszeit ist nach der Formel  $v = a \cdot t$  gegeben durch  $t = \frac{v}{a}$ . Einsetzen liefert:

$$S_B = \frac{1}{2} a_B \frac{v_f^2}{a_b^2}$$

Nach  $F = ma$  erhält man:

$$S_B = \frac{1}{2} \frac{m}{F_B} v_f^2$$

Wobei  $v_f$  die Geschwindigkeit vor der Bremsphase ist.

Die Fallgeschwindigkeit ist gegeben durch  $v_f^2 = g \cdot 2 \cdot S_H$

Daraus folgt für die Bremskraft:

$$F_B = \frac{m \cdot g \cdot S_H}{S_B}$$

Die Seildehnung ist gegeben durch:

$$S_B = S_L \cdot D$$

Wobei  $D$  die prozentuale Dehnung des Seiles ist. Daraus folgt:

$$F_B = \frac{m \cdot g \cdot S_H}{D \cdot S_L} = \frac{mg}{D} \cdot N = k \cdot N$$

Wobei  $N$  der Sturzfaktor ist.

Die auftretende Kraft ist also direkt proportional zum Sturzfaktor. In der Seilschaftskonstante  $k$  gehen nur Materialbezogene Eigenschaften (Seildehnung, Gewicht) ein.

### 3. Näherungen

Diese Betrachtungen, die vermutlich der Lehrmeinung - die genau diese Proportionalität beschreibt - zugrundeliegen, sind natürlich nur eine Näherung des realen Vorgangs. Der Schlüssel liegt hierbei im Dehnungsverhalten des Seiles. Die Seildehnung  $S_B = S_L \cdot D$  dürfte hierbei aber eine gute Näherung darstellen. Reibungsverluste in den Umlenkungen wirken sich natürlich durch einen etwas höheren effektiven Sturzfaktor aus.

Einsetzen ergibt durchaus realistische Werte:

$$F_B = \frac{mg}{D} \cdot N = \frac{80\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,1} \cdot 1 = 7,8\text{kN}$$

$$F_{\text{Normsturz}} = \frac{80\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,1} \cdot 1,75 = 11,7\text{kN} \leq 12\text{kN} \text{ (UIAA - Norm)}$$

Hierbei wurde als Dehnung eine 10%ige Dehnung angenommen. Dies ist bei Bergseilen ein normaler Wert für die statische Dehnung (Normprüfung). Einige Hersteller geben auch die Sturzdehnung an, die dann bei ca. 30% liegt.

Die resultierende geringere Kraft dürfte andere kraftsteigernde Einflüsse wie die Nichtlinearität der Seildynamik gerade aufheben. (Zitat Mammut Seilfibel: „In grober Näherung besteht eine Beziehung zwischen den beiden Werten für statische Gebrauchsdehnung und dynamische Fangstossdehnung“)

Alles in allem, ist die wirkende Kraft also wirklich proportional zum Sturzfaktor und nicht proportional zur Sturzhöhe. Es gibt zwar sicherlich kleinere Unterschiede zwischen einem 20m Faktor 2 Sturz und einem 8m Faktor 2 Sturz, die teilweise auf den hier vernachlässigten Effekten beruhen. Entscheidend ist dabei vor allem, dass die Kraft bei höheren Stürzen länger auf den Körper einwirkt, und sich dadurch im Körper weiter ausbreitet und entsprechenden Schaden anrichten kann.

Randbedingungen:

Freier Fall ohne Luftwiderstand, Reibung, Aufschlagen etc.

Statische Sicherung

### 4. Rechtfertigung der Näherungen

In den oben gemachten Ausführungen wurde die vom Seil erzeugte Bremskraft als konstant angenommen, was natürlich nicht real ist. Es gibt aber gute Gründe, warum das Ergebnis der Überlegungen unabhängig vom Kraftverlauf ist:

Die vom Seil zu absorbierende Energie ist die kinetische Energie des Stürzenden.

Die Energieaufnahme des Seiles ist als Wegintegral über die Kraft definiert:

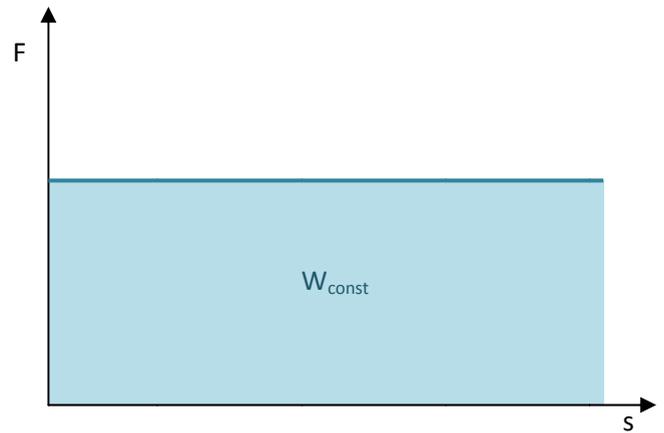
$$W = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} ds$$

Man kann sich das in folgendem Schaubild gut vorstellen:

Die im Seil gespeicherte Energie entspricht also der Fläche unter der Kraftkurve.

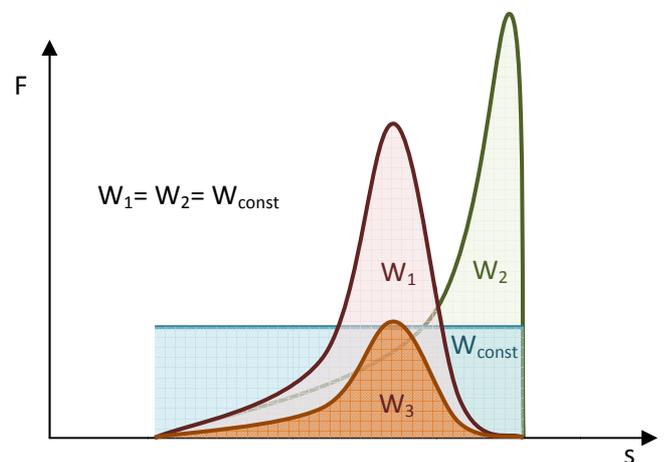
Dieser Flächeninhalt entspricht also der aufzunehmenden Energie und ist bei gleicher Sturzhöhe gleich groß, egal wie die Kraftkurve verläuft. Je kürzer der Weg ist, auf dem diese Energie absorbiert werden muss, umso höher ist natürlich dann die auftretende Kraft.

Da der Weg aufgrund des Dehnverhaltens in erster Näherung als proportional zur Bremszeit, und damit auch proportional zur ausgegebenen Seillänge  $S_L$  ist, wird die Breite der Fläche durch eben diese Seillänge  $S_L$  gegeben. Je höher aber die Sturzhöhe und damit die aufzunehmende Energie ist, umso mehr Fläche muss auf dem Intervall "verteilt" werden, umso höher wird die erreichte Kraft. Mit diesen Vorüberlegungen lässt sich die Gleichung für den Sturzfaktor einfach aufstellen:



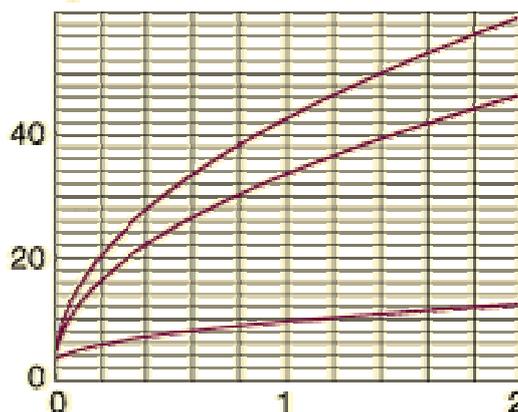
Die nebenstehende Grafik soll noch einmal diesen Sachverhalt verdeutlichen, dass die aufgenommene Energie unabhängig vom Verlauf der Bremskraft ist.

Der Betrag der Kraft hängt letztendlich nur vom Sturzfaktor ab. Die hier dargestellten Kraftkurven  $W_1$  und  $W_3$  gehören zum selben Dehnverhalten, wobei  $W_1$  aber den Kraftverlauf bei größeren Sturzfaktor zeigt.



Der genaue Verlauf der Kraft und damit das Dehnverhalten sind also nicht relevant für den direkten Zusammenhang zwischen Sturzfaktor und auftretender Kraft, da die Gesetzmäßigkeit auch für verschiedene Dehnverhalten gilt. Bei genauerer Betrachtung, ist der Zusammenhang zwischen Energie und Sturzhöhe quadratisch, so dass sich für die Kraft eine Wurzelbeziehung ergibt (s.u.):

Damit ergeben sich für drei unterschiedliche Seile folgende Kurven für die auftretende Kraft in Abhängigkeit vom Fangstoß:



## 5. Präzisierung des tatsächlichen Zusammenhangs:

Die Gleichung für den Fangstoß kann auch auf eine andere Weise, die jedoch für den Durchschnittskletterer nicht so einfach zu durchschauen ist hergeleitet werden:

Auch hier ist aber der Sturzfaktor der die Kraft bestimmende Parameter. Trotzdem wird es oft anders empfunden, da größere Stürze aufgrund anderer teils physiologischer Faktoren (Wirkzeit der Kraft, Aufschlagen am Fels, Energieaufnahme des Körper-Gurt-Systems in sich) durchaus gefährlicher für den Körper sind. Der Ausrüstung wie Bandschlingen, Fixpunkten Seilen etc. ist dies jedoch relativ egal, weshalb immer auf die Vermeidung hoher Sturzfaktoren geachtet werden sollte.

Die untenstehende Herleitung ist der Zeitschrift „Physik in unserer Zeit“ 2/2001 entnommen:

*Nehmen wir vereinfacht an, dass die rücktreibende Kraft  $F$  des Seiles der Dehnung  $\Delta l$  proportional ist (Hookesches Gesetz)*

$$F = k \cdot \Delta l. \quad (1)$$

*Mit der Seillänge  $l_0$  kann diese Gleichung umgeschrieben werden:*

$$F = k \cdot l_0 \cdot \frac{\Delta l}{l_0} = M \cdot \varepsilon,$$

*wobei mit  $M = k \cdot l_0$  der Seilmodul und*

$$\text{mit } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

*die relative Seildehnung bezeichnet wird. Unter Benutzung dieser Begriffe gewinnt das Hookesche Gesetz folgende einfache Form: Beträgt die relative Dehnung des Seiles beispielsweise  $\varepsilon = 1/10$ , so ist die dehnende Kraft  $\varepsilon \cdot M$  also  $1/10$  des Seilmoduls.*

*Fällt eine Person mit Gewicht  $G$  aus einer Höhe  $h$  in ein Seil der Länge  $l_0$ , wird die potentielle Energie der Person zunächst in kinetische Energie und dann in Spannenergie (Seil) umgewandelt, was zu einer maximalen Dehnung*

*$\Delta l_{\max}$  (Abbildung 5) des Seils führt. Aus dem Energieerhaltungssatz folgt:*

$$W_{\text{pot}} = G \cdot (h + \Delta l_{\max}) =$$

$$W_{\text{Spann}} = \frac{1}{2} k \cdot \Delta l_{\max}^2$$

*Daraus ergibt sich für die größte Seildehnung*

$$\Delta l_{\max} = \frac{1}{k} \left( G + \sqrt{G^2 + 2G \cdot h \cdot k} \right) \quad (2)$$

*und für die maximal einwirkende Kraft, den Fangstoß*

$$F_{\max} = G \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot M \cdot f}{G}} \right), \quad (3)$$

*wobei der Quotient  $h/l_0$  durch  $f$  ersetzt wurde.  $f = h/l_0$  wird als Sturzfaktor bezeichnet ( $h$  = freie Fallhöhe,  $l_0$  = Länge des ungedehnten Seiles).*

*Der Fangstoß ist nicht direkt von der Fallhöhe  $h$  abhängig, sondern nur vom Verhältnis zwischen Fallhöhe und ausgegebenem Seil. Die Werte von  $f$  liegen immer zwischen 0 und 2, wobei  $f = 2$  nur dann erreicht wird, wenn der Sportler über die Standplatzsicherung hinaus um  $l_0$  senkrecht nach oben klettert und dann um  $h = 2 \cdot l_0$  stürzt.*